

Indications pour le contrôle terminal d'analyse 4

Exercice 1.

Exercice 2.

Exercice 3.

• Montrer que $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} f_n$ converge simplement.

* Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N}^* \forall x \in \mathbb{R} |f_n(x)| \leq \frac{1}{n^4}$.

* Conclure.

• Montrer que la somme de $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} f_n$ est C^1 .

* Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Remarquer que f_n est C^1 et que $\forall x \in \mathbb{R} |f_n'(x)| \leq \frac{1}{n^3}$.

* Justifier que $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} f_n'$ converge uniformément.

* Conclure.

Exercice 4.

1) Définir $f:]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ par $\forall x \in]-1, +\infty[f(x) = x - \ln(1+x)$. Étudier les variations de f .

2) Montrer que $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$ est convergente.

Exercice 5.

Exercice 6.

• Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N}^* \forall z \in \mathbb{C} |f_n(z)| \leq \frac{1}{n^3}$.

• Conclure.

Exercice 7.