DEUG 1^{ere} année

MIAS 1 et MASS 1 – Programmation fonctionnelle

TP n° 6 : Fonctions itératives – Récursivité terminale

Rappel : Le principe général pour écrire des fonctions itératives consiste à introduire une fonction auxiliaire dont un paramètre dit *compteur* permet de compter les étapes du calcul et dont le ou les autres paramètres, dits *accumulateurs*, sont utilisés pour mémoriser les calculs en cours.
Lorsque la valeur du paramètre *compteur* atteind sa valeur d'arrêt, le résultat de la fonction doit être obtenu directement par la valeur d'un des paramètres *accumulateurs* ou bien par un calcul simple portant sur ces paramètres.
On passe d'une étape du calcul à la suivante en mettant à jour le *compteur* de manière à ce qu'il se rapproche de sa valeur d'arrêt et en mettant à jour les valeurs des *accumulateurs*.
On dit d'une fonction récursive qu'elle est récursive terminale si le résultat de l'appel récursif n'est pas utilisé comme argument d'une autre fonction.

Exercice 1 : Écrire une version itérative de la fonction :

$$\begin{array}{llcl} \textit{puissance :} & \textit{Reel+, Entier} & \rightarrow & \textit{Reel+} \\ & x\ ,\ n & \mapsto & x^n \end{array}$$

Exercice 2 : Étant donnés deux entiers a et b, on veut calculer la somme $S(n) = \sum_{i=0}^{n} a^i b^{n-i}$ qu'on peut définir par récurrence :

$$\begin{cases} S(0) = 1 \\ S(n) = a^n + bS(n-1) \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

a. Écrire une fonction récursive directement inspirée de la définition par récurrence ci-dessus.

b. Écrire une fonction récursive terminale calculant $S(n)$

Exercice 3 : Écrire une fonction récursive terminale permettant de calculer $S(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n!}$ sans utiliser de fonction calculant la factorielle.

Exercice 4 : Écrire une fonction récursive terminale qui permet de renverser une liste.

Exercice 5 : Écrire une fonction récursive terminale qui compte le nombre d'occurences d'un élément dans une liste.

Exerccie 6 : Écrire une fonction itérative qui effectue la concaténation de deux listes.

Exercice 7 : Calcul de π.
Afin de calculer une valeur approchée de π, on utilise la somme infinie suivante :

$$\frac{\pi}{8} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{9.11} + \ldots + \frac{1}{i(i+2)} + \frac{1}{(i+4)((i+4)+2)} + \ldots$$

Considérons la suite u suivante :

$$\begin{cases} u(0) = 0 \\ u(n) = \frac{1}{n(n+2)} \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

La somme ci-dessus sécrit aussi :

$$\frac{\pi}{8} = u(1) + u(5) + u(9) + \ldots + u(i) + u(i+4) + \ldots$$

Écrire une fonction itérative permmettant de calculer la somme des n premiers termes de la somme infinie donnant $\frac{\pi}{8}$.