MIAS 1 et MASS 1 – Programmation fonctionnelle

TD n° 9

But : se familiariser avec la programmation d'ordre supérieur.

I) Fonctions en paramètres.

Exercice 1 : La fonction prédéfinie **map**.
A) Évaluer les expressions suivantes :

```
(map cdr '((2 3 4)(5 6)(a b c)))

(map cons '(2 3 4) '(5 6 7))

(map integer? '(1 a 3 0.75 (2 4)))

(map (lambda (x y) (if (= x y) 1 0))
     '(2 3 4 1 2 2 1)
     '(7 3 5 1 2 0 3))
```

B) En utilisant la fonction **map**, écrire une expression qui transforme la liste de paires pointées `((1 . 2)(3 . 4)(5 . 6))` en `((2 . 1)(4 . 3)(6 . 5))`.

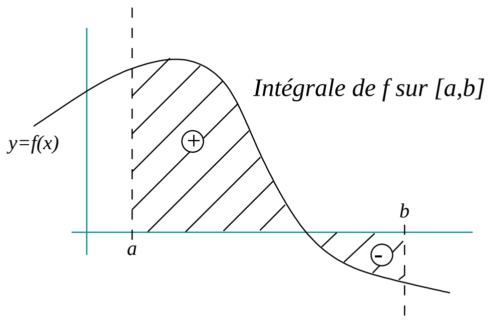
Exercice 2 :
A) Spécifier et écrire une fonction qui permet de calculer la somme $\sum_{i=1}^{n} f(i)$, f étant une fonction entière quelconque.

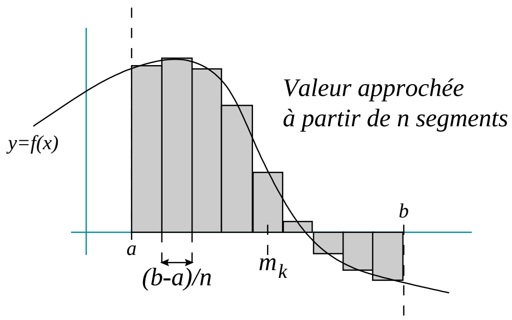
B) Quelle expression évaluer pour calculer $\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i}$?

II) Fonction comme résultat.

Exercice 3 : Valeur approchée de l'intégrale d'une fonction.

On peut obtenir une valeur approchée de l'intégrale d'une fonction réelle (supposée intégrable) f sur un intervalle $[a, b]$ en calculant l'aire algébrique de la surface délimitée par l'axe des abscices, la courbe repésentative de f et les droites $y = a$ et $y = b$, c'est à dire l'aire hacurée du dessin ci-dessous à gauche. Calculer une valeur approchée de $\int_a^b f$ revient donc à calculer une valeur approchée de cette aire.





Pour calculer une valeur approchée de l'aire, on découpe l'intervalle $[a, b]$ en n segments de longueur $(b - a)/n$ et on calcule la somme des surfaces de n rectangles dont les largeurs sont égales à $(b - a)/n$ et les hauteurs sont données par les valeurs de f au milieu de chaque segment (dessin de droite).
L'abscice du milieu du k^{e} segment est $m_k = a + (k-1)\frac{b-a}{n} + \frac{1}{2}\frac{b-a}{n}$ (abscice du début du k^{e} segment augmentée de la moitié de la longueur d'un segment).
L'aire du k^{e} rectangle A_k est donc $A_k = \frac{b-a}{n} \times f(m_k)$
Pour un nombre de rectangles n, la valeur approchée de l'intégrale $\int_a^b f$ est donc donnée par la somme :

$$\sum_{k=1}^{n} A_k = \frac{b-a}{n} \times \sum_{k=1}^{n} f(m_k)$$

Écrire la fonction *integrale* qui prend comme paramètres une fonction f et un nombre de rectangles n et renvoie comme résultat une fonction qui calcule la valeur approchée de l'intégrale de f entre deux bornes a et b. La spécification de cette fonction est :

$$\begin{array}{lccl} \textit{integrale :} & \text{Fonction,} \quad \text{Entier} & \longrightarrow & \text{Fonction} \\ & f \qquad\quad n & \longmapsto & a, b \longmapsto \sum_{k=1}^{n} A_k \end{array}$$

Pour écrire cette fonction on utilisera la fonction *somme* définie dans l'exercice précédent.