

But : Écriture de fonctions récursives.

Idée générale : notons n la taille d'un problème P_n à résoudre (n peut être la taille d'une liste sur laquelle porte le problème par exemple). Le principe de résolution par récurrence nous dit que :

si on sait résoudre le problème pour de petites tailles

et si on sait calculer la solution du problème P_{n+1} en fonction des solutions P_k avec $k \leq n$

alors on sait résoudre le problème quelque soit la taille.

Il faut impérativement respecter les deux règles suivantes lorsqu'on écrit une fonction récursive :

1. Une fonction récursive doit être définie à l'aide d'une expression conditionnelle dont au moins l'un des cas mène à une expression évaluable sans appel récursif. C'est la **condition d'arrêt**.
2. Quelque soit la valeur du (ou des) argument(s) de la fonction, il faut que la condition d'arrêt soit atteinte en un **nombre fini d'appels récursifs**.

Notation : pour donner les spécifications de fonctions manipulant des listes, on pourra utiliser les notations : *liste vide* pour désigner la liste vide, $l=(x . l')$ pour exprimer que $(\text{car } l) = x$ et $(\text{cdr } l) = l'$, et $(x . l)$ pour exprimer que l'on effectue l'opération $(\text{cons } x \ l)$.

Exercice 1 : Définir en schéma une fonction permettant de calculer n'importe quel terme de la suite U définie de manière récurrente par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_n = 3.U_{n-1} + 2, & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

Exercice 2 : Donner la spécification et définir en schéma une fonction **ajoutetous** qui prend en paramètres un nombre n et une liste plate de nombres et ajoute n à chaque nombre de la liste.

$(\text{ajoutetous } 10 \ '(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)) \rightarrow (11\ 12\ 13\ 14\ 15\ 16)$

Exercice 3 : Donner la spécification et définir en schéma une fonction **tsd** qui prend une liste non vide et renvoie une liste équivalente privée de son dernier élément.

$(\text{tsd } '(a\ d\ f\ g\ h)) \rightarrow (a\ d\ f\ g)$

Exercice 4 : Donner la spécification et définir en schéma une fonction **Nbocc** qui renvoie le nombre d'occurrences d'un objet dans une liste plate.

$(\text{Nbocc } 1 \ '(1\ 1\ c\ 1\ 4\ h)) \rightarrow 3$