

L3 d'informatique

Optimisation et programmation par contraintes**Durée : 60 minutes – sans document ni moyen électronique***Répondre uniquement dans les cadres prévus à cet effet et soigner la présentation*

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

On considère le problème d'optimisation linéaire en nombres entiers P suivant :

$$\text{Maximiser } x_1 + x_2 \text{ s.c. } \{ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 4x_2 - x_1 \leq 8, 2x_2 + 5x_1 \leq 15, x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{Z} \}$$

1 (5 ●) Résolvez P graphiquement.

2 (5 ●) Dessinez l'arbre de recherche résultant de l'application de l'algorithme de Branch&Bound mixte (MIP) pour résoudre manuellement ce problème



Pour cette question et la suivante, vous pourrez utiliser les résultats des relaxation linéaires qui suivent.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_2 \leq 2, X_1 \leq 2\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
 $X_2 = X_1, X_1 = 2$.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_2 \leq 2\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
 $X_2 = 2, X_1 = 11 \text{ rdiv } 5$.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_2 \leq 2, X_1 \geq 3\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
 $X_2 = 0, X_1 = 3$.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_2 \geq 3\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
false.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
 $X_2 = 5 \text{ rdiv } 2, X_1 = 2$.

?- $\{4 \cdot X_2 - X_1 \leq 8, 2 \cdot X_2 + 5 \cdot X_1 \leq 15, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_2 \leq 2, X_1 \geq 4\}$, maximize $(X_1 + X_2)$.
false.

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

3 (5 ●) Reformulez soigneusement le problème P en problème d'optimisation linéaire en nombres binaires.

Pour la question suivante, vous pourrez utiliser les résultats ci-dessous.

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2\}$, maximize(Max).

Max = 9 rdiv 2, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0\}$, maximize(Max).

Y1 = 0, Y2 = 1, Max = 9 rdiv 2, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=1\}$, maximize(Max).

Y1 = 1, Y2 = 1 rdiv 2, Max = 9 rdiv 2, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0, Y2=0\}$, maximize(Max).

Y1 = Y2, Y2 = 0, Max = 2, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0, Y2=1\}$, maximize(Max).

Y1 = 0, Y2 = 1, Max = 9 rdiv 2, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0, Y2=1, Z1=0\}$, maximize(Max).

Z1 = Y1, Y1 = 0, Z2 = Y2, Y2 = 1, Max = 4.

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0, Y2=1, Z1=1\}$, maximize(Max).

Z1 = Y2, Y2 = 1, Z2 = 3 rdiv 4, Y1 = 0, Max = 9 rdiv 2.

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=0, Y2=1, Z1=0\}$, maximize(Max).

Z1 = Y1, Y1 = 0, Z2 = Y2, Y2 = 1, Max = 4.

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=1, Y2=0\}$, maximize(Max).

Y1 = 1, Y2 = 0, Max = 13 rdiv 4, {...}

?- $\{4*(Z1+2*Z2)-(Y1+2*Y2) \leq 8, 2*(Z1+2*Z2)+5*(Y1+2*Y2) \leq 15, 0 \leq Y1, Y1 \leq 1, 0 \leq Y2, Y2 \leq 1, 0 \leq Z2, Z2 \leq 1, 0 \leq Z1, Z1 \leq 1, \text{Max}=Y1+2*Y2+Z1+2*Z2, Y1=1, Y2=1\}$, maximize(Max).

Z1 = Z2, Z2 = 0, Y1 = Y2, Y2 = 1, Max = 3.

4 (5 ●) En géant l'espace soigneusement, dessinez l'arbre de recherche résultant de l'application de l'algorithme de Branch&Bound binaire (BIP) pour résoudre le problème d'optimisation linéaire en nombres binaires de la question 3.