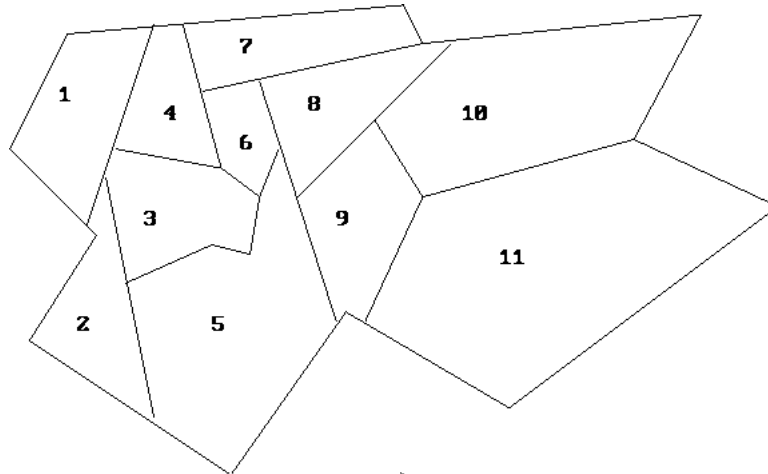


Exercice I.1 (*Disposition des casernes de pompiers*)

Une ville s'interroge sur une nouvelle répartition de ses casernes de pompiers. La figure suivante représente la disposition des divers arrondissements.



Une station peut être placée dans n'importe quel arrondissement. Elle pourra alors prendre en charge les incendies dans son arrondissement propre et dans les arrondissements voisins. Modéliser la question consistant à déterminer comment minimiser le nombre de casernes pour couvrir toute la ville par un programme linéaire entier.

Exercice I.2 (*Ouvertures de succursales*)

Une compagnie fédérale américaine reçoit des chèques de tous les États-Unis. À cause du cheminement du courrier et des règles du système bancaire, il y a un délai entre l'envoi du chèque et son encaissement. Bien sûr, l'intérêt de la compagnie est de tirer les chèques le plus vite possible afin d'utiliser cet argent. À cette fin, elle prévoit de se réorganiser et d'ouvrir des succursales dans diverses villes pour y retirer les chèques.

Les courriers proviennent de quatre zones principales : Est, Ouest, Centre et Sud. En moyenne, la compagnie reçoit quotidiennement 70 000 \$ de l'Ouest, 50 000 \$ du Centre, 60 000 \$ de l'Est et 40 000 \$ du Sud. Elle envisage d'ouvrir une succursale à Los Angeles, Chicago, New York et Atlanta. Cependant l'ouverture d'une succursale coûte 50 000 \$ par an. D'autre part, le temps moyen (en jours) entre l'envoi d'un chèque et son encaissement est donné par la table suivante :

| | Los Angeles | Chicago | New York | Atlanta |
|--------|-------------|---------|----------|---------|
| Ouest | 2 | 6 | 8 | 8 |
| Centre | 8 | 2 | 5 | 5 |
| Est | 8 | 5 | 2 | 5 |
| Sud | 8 | 5 | 5 | 2 |

La compagnie a retenu le principe suivant : chaque région enverra désormais ses chèques directement à une succursale. La question est de savoir combien de succursales doivent être ouvertes, et où. On estime que l'argent bloqué dans les courriers pourrait rapporter 20 % par an. Par exemple, si l'Ouest envoie ses chèques à New York, alors $8 \times 70\,000 = 560\,000$ \$ sont bloqués chaque jour, et ainsi $560\,000 \times 0.2 = 112\,000$ \$ sont perdus annuellement.

Question 1. Complétez le tableau des pertes annuelles (en milliers de \$) :

| | Los Angeles | Chicago | New York | Atlanta |
|--------|-------------|---------|----------|---------|
| Ouest | | | 112 | |
| Centre | | | | |
| Est | | | | |
| Sud | | | | |

Question 2. Modélisez le problème de la minimisation des pertes pour la compagnie en programmation linéaire entière.

Exercice I.3 (*Tournée d'un représentant*)

Un représentant prépare sa tournée : il vend deux types de produits A et B , conditionnés dans des cartons de 40dm^3 pesant respectivement 30 Kg et 15 Kg. Il s'approvisionne chez un fournisseur qui lui facture 20 \$ le carton de produit A et 40 \$ le carton de produit B . Le représentant ne peut pas acheter plus de 1700 \$ de produits et doit limiter son chargement à 1,2 tonnes et 2m^3 . On rappelle que 1 tonne = 1000 Kg et $1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3$.

La société qui l'emploie lui verse 200 \$ pour sa tournée et, par carton vendu, 8 \$ pour le produit A et 11 \$ pour le produit B . En supposant qu'il puisse vendre l'ensemble de sa cargaison, déterminer la composition du chargement qui lui assurera le revenu le plus intéressant.

Question 1. Modéliser le problème en programmation linéaire entière.

Question 2. Résoudre le problème ainsi formalisé.



U

Sept. 01/02