



**Exercice 2 : (5 ●)**

Dans chacun des cas suivants, déterminez si la formule  $A$  est ou n'est pas conséquence logique de la conjonction des formules  $A_1$  et  $A_2$ . Justifiez informellement votre réponse.

$A_1 : \forall x (p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x))), A_2 : \forall x (q(x) \rightarrow r(x)) \models A : \forall x (p(x) \rightarrow r(x)) ?$

$A_1 : \forall x (p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x))), A_2 : \exists x (q(x) \rightarrow r(x)) \models A : \forall x (p(x) \rightarrow r(x)) ?$

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

**Exercice 3** (10 •) On considère le programme suivant dont on souhaite montrer la correction totale :

**Entrées** :  $a$  et  $b$ , deux entiers naturels

**Sortie** : le produit de  $a$  par  $b$

```
x:entier := 0;
y:entier := a;
(1) tant que y <> 0 faire
    (2) x := x+b;
        y := y-1;
    (3)
(4) retourner x
```

Montrez que  $y \geq 0$  est un invariant inductif au point de programme (1).

Montrez que  $x + y * b = a * b$  est un invariant inductif au point de programme (1).

Montrez que si la boucle **tant que** termine, le programme retourne la valeur  $a * b$  au point de programme (4).

Montrez que le programme termine.

Déterminez et justifiez la complexité du programme.

Proposez une relaxation non-triviale de la pré-condition telle que les raisonnements justifiant les questions précédentes restent valides. Argumentez.

<p><b>Rule of &amp;I</b></p> <p>j   p : k   q : p &amp; q      j,k &amp;I</p>	<p><b>Rule of &amp;E</b></p> <p>j   p &amp; q : p      j &amp;E</p>	<p><b>Rule of <math>\vee</math>I</b></p> <p>j   p : p <math>\vee</math> q      j <math>\vee</math>I</p>
<p><b>Rule of <math>\vee</math>E</b></p> <p>g   p <math>\vee</math> q : h   p   : i   r : j   q   : k   r r      g,h-i,j-k <math>\vee</math>E</p>	<p><b>Rule of <math>\sim</math>I</b></p> <p>j     p   : k   #   <math>\sim</math>p      j-k <math>\sim</math>I</p>	<p><b>Rule of <math>\perp</math>I</b></p> <p>j   <math>\sim</math>p : k   p : #      j,k #I</p>
<p><b>Rule of <math>\sim</math>E</b></p> <p>j   <math>\sim\sim</math>p : p      j <math>\sim</math>E</p>	<p><b>Rule of <math>\rightarrow</math>I</b></p> <p>j     p   : k   q   p <math>&gt;</math> q      j-k <math>&gt;</math>I</p>	<p><b>Rule of <math>\rightarrow</math>E</b></p> <p>j   p <math>&gt;</math> q : k   p : q      j,k <math>&gt;</math>E</p>
<p><b>Rule of <math>\leftrightarrow</math>I</b></p> <p>h     p   : i   q : j   q   : k   p p <math>\leftrightarrow</math> q      h-i,j-k <math>\leftrightarrow</math>I</p>	<p><b>Rule of <math>\leftrightarrow</math>E</b></p> <p>j   p <math>\leftrightarrow</math> q : k   p : q      j,k <math>\leftrightarrow</math>E</p>	<p><b>Rule of EFQ (Under SI/TI)</b></p> <p>j   # : p      j EFQ</p>