

Université de La Réunion – Faculté des Sciences et Technologies

Licence d'informatique – L3 – Mai 2023

CTE *vérification et complexité*

Durée : 1h (1h20 si tiers temps) – sans document ni moyen électronique

Répondre uniquement dans les cadres prévus à cet effet. La gestion de l'espace fait partie de l'épreuve.

1	
2	
3	

Nom :	Signature :
Prénom(s) :	

**Exercice 1** (5 •) Remplissez le tableau ci-dessous à raison de deux items par ligne en assurant la cohérence de chaque ligne. On s'intéresse à la complexité dans le pire des cas.

Complexité	$\Theta(\quad)$	Algorithme
	$\Theta(n)$	
quasi-linéaire		
		Satisfiabilité d'une formule booléenne à $n$ variables
quadratique		
		Recherche dichotomique d'un élément dans un tableau trié de taille $n$

**Exercice 2** (10 ●) On considère le programme suivant :

**Entrée :** un entier naturel  $x$

**Sortie :** ?

$y : entier \leftarrow 1$

$z : entier \leftarrow 0$

(1) **tant que**  $z \neq x$

(2)

$z \leftarrow z + 1$

$y \leftarrow y * z$

(3)

(4) **retourner**  $y$

(0.5 ●) Si  $x = 3$ , quelle valeur retourne ce programme ?

(0.5 ●) Si  $x = 4$ , quelle valeur retourne ce programme ?

(2 ●) Montrez que  $z \leq x$  est un invariant inductif au point de programme (1).

(2 ●) Proposez et validez une fonction de rang pour la boucle **tant que**.

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

**Suite de l'exercice 2.**

(1 ●) Déterminez un majorant du nombre de passages dans la boucle **tant que**.

(1 ●) Sans faire de calculs précis, quelle est la complexité de cet algorithme ?

(3 ●) Que calcule exactement cet algorithme ? Justifiez précisément votre réponse.

*Indication : proposer et prouver un invariant de boucle supplémentaire bien choisi pour conclure aisément.*

**Exercice 3** (5 ●) On considère le programme suivant :

```
Entrée : un entier naturel  $n$ 
Sortie : la somme des entiers de 0 à  $n$  inclus
 $i \leftarrow 0$ 
 $s \leftarrow 0$ 
(1) tant que  $i < n$ 
      (2)  $i \leftarrow i + 1$ 
           $s \leftarrow s + i$ 
      (3)
(4) retourner  $s$ 
```

(2 ●) Montrez que la propriété  $I : (i \leq n) \wedge (s = \sum_{k=0}^i k)$  est un invariant de boucle en (1).

(2 ●) Montrez que le programme termine en justifiant une fonction de rang pour la boucle **tant que**.

(1 ●) Montrez la correction partielle de cet algorithme.

