176 Algorithme DPLL

- proposé par M. Davis, H. Putman, G. Logemann et D. Loveland en 1962.
- *principe de base* : engendrer et tester des solutions partielles
- Par exemple, pour tester la satisfiabilité de $(x \vee y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z)$, au lieu d'essayer toutes les valuations possibles de x, y et z, on peut d'abord essayer les interprétations possibles de x.
- Ici, on se rend compte tout de suite que la valuation (partielle) $V(x) \mapsto 1$ satisfait la formule, peu importe l'interprétation des autres propositions.
- l'algorithme DPLL propose des critères pour choisir quelles variables tester en premier.

177 Interprétation Partielle

Définition

Une *interprétation partielle* est un assignement noté $x/1$ ou $x/0$, qui signifie que assigne la valeur 1 à x ou la valeur 0.

177 Interprétation Partielle

Définition

Une *interprétation partielle* est un assignement noté $x/1$ ou $x/0$, qui signifie que assigne la valeur 1 à x ou la valeur 0.

Lorsqu'on a choisi la valeur d'une proposition, on peut simplifier la formule. Par exemple, la formule $(x \vee y) \wedge (\neg x \vee z \vee \neg y)$ se simplifie en $z \vee \neg y$ sous l'interprétation partielle $x/1$.
Définissons de manière formelle cette notion.

178 Simplification sous une interprétation partielle

Etant donnée une clause C et une interprétation partielle x/b où $b \in \{0, 1\}$, la formule $C[x/b]$ est obtenue selon la règle suivante :

- Si C ne contient pas x ou $\neg x$, alors $C[x/b] = C$
- Sinon si C ne contient que x ou que $\neg x$, alors on considère les cas suivants :
    1. $C = x$ et $b = 1$, alors $C[x/b] = \top$
    2. $C = x$ et $b = 0$, alors $C[x/b] = \bot$
    3. $C = \neg x$ et $b = 0$, alors $C[x/b] = \top$
    4. $C = \neg x$ et $b = 1$, alors $C[x/b] = \bot$
- sinon si C contient x et $b = 1$ ou C contient $\neg x$ et $b = 0$, alors $C[x/b] = \top$
- sinon on retire de C les occurences de x ou de $\neg x$

Si $\phi = \bigwedge_{i=1}^{n} C_i$ est une conjonction de clauses, alors $\phi[x/b] = \bot$ si il existe une clause C_i telle que $C_i[x/b] = \bot$, sinon $\phi[x/b] = \bigwedge_{i : C_i[x/b] \neq \top} C_i[x/b]$ (on simplifie toutes les clauses et on retire celle qui deviennent égales à $\top$). Si toutes les clauses se simplifient en $\top$, alors $\phi[x/b] = \top$.

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$,

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$,

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] = (y \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] = (y \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] = (y \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0] = z$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] = (y \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0] = z$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0][z/1] =$

179 Remarque et exemples

Remarque

$\phi[x/b]$ est une formule, on peut donc lui réappliquer une autre interprétation partielle $[y/b']$ et obtenir une nouvelle formule $(\phi[x/b])[y/b']$ qu'on notera simplement $\phi[x/b][y/b']$.

Exemples

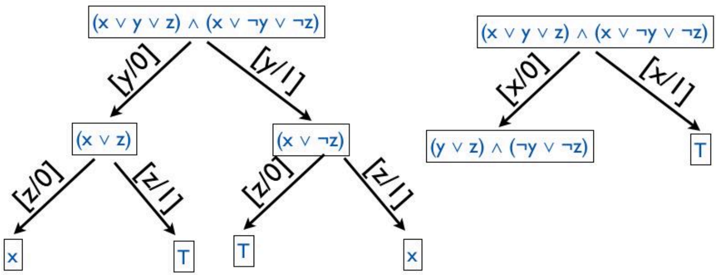
Soit $a = x \vee y \vee z$ et $b = x \vee \neg y \vee \neg z$. Alors :

- $a[x/1] = \top$, $b[x/1] = \top$, $(a \wedge b)[x/1] = \top$
- $b[y/1] = x \vee \neg z$
- $b[z/1] = x \vee \neg y$
- $a[x/0] = y \vee z$
- $b[x/0] = \neg y \vee \neg z$
- $(a \wedge b)[x/0] = (y \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0] = z$
- $(a \wedge b)[x/0][y/0][z/1] = \top$

180 Proposition Pivot

- l'algorithme DPLL va essayer des interprétations partielles, la proposition choisie est la *proposition pivot*. Il va successivement essayer de mettre la proposition à vrai ou à faux, et tester récursivement la satisfaisabilité de formules simplifiées obtenues.
- le choix de la proposition choisie peut fortement influencer le résultat comme on peut le voir sur cet exemple :

$$\phi = (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z)$$



181 Premier critère de choix : clauses unitaires

- Une clause unitaire est une clause qui ne contient qu'un seul littéral x ou $\neg x$
- une clause unitaire force donc le choix de la valeur de la proposition. Par exemple dans $x \wedge (y \vee \neg z)$, il y a une clause unitaire x et on sait que pour satisfaire cette formule, il faut nécessairement interpréter x par 1
- l'algorithme DPLL choisi en priorité la proposition d'une clause unitaire comme proposition pivot.
- la formule simplifiée obtenue peut elle même contenir des clauses unitaires : *propogation de clauses unitaires*
- c'est une optimisation essentielle des solveurs SAT, qui passent l'essentiel de leur temps à faire de la propogation de clauses unitaires.

182 Propagation de clauses unitaires : exemple

Prenons

$$\phi = (x \vee y) \wedge \neg y \wedge (\neg x \vee y \vee \neg z)$$

Alors

$$\phi[y/0] = x \wedge (\neg x \vee \neg z)$$

ce qui donne la nouvelle clause unitaire x qui impose donc d'assigner la valeur 1 à x :

$$\phi[y/0][x/1] = \neg z$$

qui ne contient qu'une seule clause, unitaire, et on obtient finalement :

$$\phi[y/0][x/1][z/0] = \top$$

Donc ϕ est satisfaisable avec l'interprétation $V(x) = 1$ et $V(y) = V(z) = 0$.

183 Deuxième critère de choix : proposition à polarité unique

Prenons la formule

$$\phi = (x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg z) \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee \neg y)$$

- dans cette formule, x apparaît toujours positivement, on peut donc directement lui assigner la valeur 1 sans être obligé de tester la valeur 0.
- on peut de même avoir un effet cascade : par exemple avec

$$(x \vee \neg y) \wedge (y \vee \neg z_1) \wedge (\neg z_1 \vee \neg z_2)$$

(Exercice)

$x/1$ $\quad (y \vee \neg z_1) \wedge (\neg z_1 \vee \neg z_2)$

$z_1/0$

$\top$

184 Algorithme DPLL

Principe

- génération d'interprétation partielle
- la proposition pivot est choisie avec le critère de clause unitaire d'abord, et de polarité ensuite
- sinon, lorsque les deux critères ne s'appliquent pas, une proposition est choisie au hasard

185 Algorithme DPLL

Fonction DPLL(ϕ) = `retourne VRAI ssi` ϕ `est satisfaisable`

1. si $\phi = \top$ alors retourner VRAI (la formule est satisfaisable)
2. sinon si $\phi = \perp$ alors retourner FAUX (la formule n'est pas satisfaisable)
3. sinon si ϕ contient une clause unitaire x, alors retourner DPLL($\phi[x/1]$)
4. sinon si ϕ contient une clause unitaire $\neg x$, alors retourner DPLL($\phi[x/0]$)
5. sinon si ϕ contient une proposition x de polarité toujours positive, alors retourner DPLL($\phi[x/1]$)
6. sinon si ϕ contient une proposition x de polarité toujours négative, alors retourner DPLL($\phi[x/0]$)
7. sinon dans tous les autres cas, choisir une proposition x au hasard et retourner (DPLL($\phi[x/0]$) ou DPLL($\phi[x/1]$))

186 Algorithme DPLL : Exemple

$$
\begin{aligned}
&(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)\\
&\wedge(x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)\\
&\wedge(x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)\\
&\wedge(\neg x_2 \vee \neg y_1) \wedge (\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2) \wedge (\neg x_2 \vee y_1 \vee y_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1) \wedge (\neg x_2 \vee \neg z_1 \vee z_2)\\
&\wedge(\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1 / 1$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}\\
&\wedge (x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)\\
&\wedge (x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)\\
&\wedge (\neg x_2 \vee \neg y_1) \wedge (\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2) \wedge (\neg x_2 \vee y_1 \vee y_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1) \wedge (\neg x_2 \vee \neg z_1 \vee z_2)\\
&\wedge (\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)} \\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)} \\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)} \\
&\wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} \neg y_1) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} \neg y_1 \vee \neg y_2) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} y_1 \vee y_2) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} \neg y_2 \vee z_1) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} \neg z_1 \vee z_2) \\
&\wedge (\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1 \quad y_1/0$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}\\
&\cancel{\wedge(x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)}\\
&\cancel{\wedge(x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)}\\
&\wedge\cancel{(\neg x_2 \vee \neg y_1)} \wedge \cancel{(\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2)} \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee y_1 \vee} y_2) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee} \neg y_2 \vee z_1) \wedge (\cancel{\neg x_2} \vee \neg z_1 \vee z_2)\\
&\wedge(\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1 \quad y_1/0 \quad y_2/1$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)}\\
&\wedge (\cancel{\neg x_2} \vee \cancel{\neg y_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_2} \vee z_1) \wedge (\cancel{\neg x_2} \vee \neg z_1 \vee z_2)\\
&\wedge (\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1 \quad y_1/0 \quad y_2/1 \quad z_1/1$

$$\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}$$
$$\cancel{\wedge(x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)}$$
$$\cancel{\wedge(x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)}$$
$$\wedge(\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg z_1 \vee}\ z_2)$$
$$\wedge(\neg z_3 \vee \neg z_4) \wedge (z_3 \vee z_4) \wedge (\neg z_3 \vee z_4)$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1 \quad y_1/0 \quad y_2/1 \quad z_1/1 \quad z_2/1$

$z_3/0$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)}\\
&\wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg z_1 \vee z_2})\\
&\cancel{\wedge (\neg z_3 \vee \neg z_4)} \wedge (\cancel{z_3} \vee z_4) \wedge \cancel{(\neg z_3 \vee z_4)}
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

186 Algorithme DPLL : Exemple

$x_1/1 \quad x_2/1 \quad y_1/0 \quad y_2/1 \quad z_1/1 \quad z_2/1$

$z_3/0$

$z_4/1$

$$
\begin{aligned}
&\cancel{(x_1 \vee \neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg z_2 \vee \neg z_4)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee y_1) \wedge (x_2 \vee y_1 \vee y_2 \vee z_1 \vee z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1 \vee \neg z_2)}\\
&\cancel{\wedge (x_2 \vee \neg y_1 \vee z_3 \vee \neg z_4) \wedge (x_2 \vee \neg y_2 \vee z_2 \vee \neg z_3)}\\
&\wedge (\cancel{\neg x_2} \vee \cancel{\neg y_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee y_1 \vee \neg y_2}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg y_2 \vee z_1}) \wedge (\cancel{\neg x_2 \vee \neg z_1 \vee z_2})\\
&\wedge (\cancel{\neg z_3 \vee \neg z_4}) \wedge (\cancel{z_3 \vee z_4}) \wedge (\cancel{\neg z_3 \vee z_4})
\end{aligned}
$$

(Au tableau)

La formule est satisfaisable