
La conjonction

Problem: $P, Q \vdash (P \& Q)$
Problem: $(P \& Q) \vdash P$
Problem: $(P \& Q), R \vdash (Q \& R)$
Problem: $(P \& Q) \vdash (Q \& P)$
Problem: $((P \& Q) \& R) \vdash (P \& (Q \& R))$

La double négation

Problem: $\sim\sim P \vdash P$
Problem: $P \vdash \sim\sim P$
Problem: $P, \sim\sim(Q \& R) \vdash (\sim\sim P \& R)$

L'élimination de l'implication

Problem: $P, (P > Q) \vdash Q$
Problem: $P, (P > Q), (P > (Q > R)) \vdash R$

L'introduction de l'implication

Problem: $\vdash (P > P)$
Problem: $(P > Q) \vdash (\sim Q > \sim P)$
Problem: $(\sim Q > \sim P) \vdash (P > \sim\sim Q)$
Problem: $\vdash (P > \sim\sim P)$

La contraposition

Problem: $(P > Q), \sim Q \vdash \sim P$
Problem: $(P > (Q > R)), P, \sim R \vdash \sim Q$

L'introduction de la disjonction

Problem: $P \vdash (P \vee Q)$
Problem: $Q \vdash (P \vee Q)$

L'élimination de la disjonction

Problem: $(P \vee Q), (P > R), (Q > R) \vdash R$
Problem: $(P \vee Q) \vdash (Q \vee P)$

La règle de copie

Problem: $P \vdash P$
Problem: $\vdash (P > (Q > P))$

La négation

Problem: $\# \vdash P$
Problem: $P, \sim P \vdash \#$
Problem: $(P > \#) \vdash \sim P$
Problem: $(\sim P > \#) \vdash P$
Problem: $((P \& \sim Q) > R), \sim R, P \vdash Q$

L'équivalence

Problem: $P, Q \vdash (P \Leftrightarrow Q)$
Problem: $(P \Leftrightarrow Q) \vdash (P > Q)$
Problem: $(P \Leftrightarrow Q) \vdash (Q > P)$
Problem: $(P > Q), (Q > P) \vdash (P \Leftrightarrow Q)$

La loi du tiers exclu (LEM)

Problem: $\vdash (P \vee \sim P)$
Indication : supposer la négation de la conclusion. Puis supposer P , d'où $P \vee \sim P$, contradiction donc on a $\sim P$, a fortiori $P \vee \sim P$, contradiction de nouveau. CQFD.

Problem: $(P > Q), (\sim P > Q) \vdash Q$

La loi de Peirce

Problem: $\vdash (((P > Q) > P) > P)$
Indication : supposer $((P > Q) > P)$. Supposer $\sim P$. En déduire $P > Q$ puis P . CQFD.

Exercices

Problem: $\vdash \sim(P \& \sim P)$
Problem: $\vdash (P > ((P > Q) > Q))$
Problem: $(P \& Q) \vdash (P \vee R)$
Problem: $(P \& Q) \vdash (R > P)$
Problem: $(P > (Q > R)) \vdash ((P \& Q) > R)$
Problem: $((P \& Q) > R) \vdash (P > (Q > R))$
Problem: $(P > (Q > R)) \vdash (Q > (P > R))$
Problem: $(P > Q) \vdash \sim(P \& \sim Q)$
Problem: $(P > (Q \vee R)) \vdash (\sim R > (\sim Q > \sim P))$
Problem: $(P > Q), (\sim P > \sim Q) \vdash (P \Leftrightarrow Q)$

Pour aller plus loin : [la logique intuitionniste](#)
