Université de la Réunion Décembre 2009

L3 informatique – partiel de logique – première session

Durée : 40 minutes – sans document ni moyen de communication

Répondre uniquement dans les cadres prévus à cet effet

Nom :	N^o dossier :
Prénom(s) :	Signature :
Date de naissance :	Section :

Exercice 1 : (6 •) Soit $L = \{a, b, c\}$. Le système formel S est défini par :
- l'alphabet $\Sigma = L \cup \{<\}$;
- les formules bien formées de S sont les mots construits sur Σ contenant une seule fois la lettre $<$;
- l'ensemble des axiomes est constitué des six axiomes suivants : $< x$ pour tout $x \in L$, $a < b$, $a < c$ et $b < c$;
- les règles de déduction sont définies pour toute formule bien formée $\alpha < \beta$ par :
  R_1 : $\alpha < \beta \vdash x\alpha < x\beta$ pour tout $x \in L$;
  R_2 : $\alpha < \beta \vdash \alpha < \beta x$ pour tout $x \in L$;
  R_3 : $\alpha < \beta \vdash \alpha x < \beta$ pour tout $x \in L$, si longueur(α) $\geq$ longueur(β).

1.1 (2 •) Donnez deux mots construits sur Σ qui ne sont pas des formules bien formées ; justifiez.

1.2 (2 •) Donnez deux formules bien formées de S qui ne sont pas des théorèmes ; justifiez.

1.3 (2 •) Montrez que les deux formules $baba < babac$ et $bacba < bacc$ sont des théorèmes de S.

Exercice 2 : (6 •) Montrez la validité du raisonnement suivant, en utilisant le système RSV (la résolution sans variable) :

Si Jacques n'a pas rencontré Pierre l'autre nuit c'est que Pierre est meurtrier ou Jacques est menteur. Si Pierre n'est pas meurtrier, alors Jacques n'a pas rencontré Pierre l'autre nuit et le crime a eu lieu après minuit. Si le crime a eu lieu après minuit, alors Pierre est meurtrier ou Jacques n'est pas menteur. Donc Pierre est meurtrier.

Modélisation : variables propositionnelles et interprétation :

- `jarp` : Jacques a rencontré Pierre l'autre nuit
- `pmeu` : Pierre est meurtrier
- `jmen` : Jacques est menteur
- `cam` : le crime a eu lieu après minuit

Nom :	N^o dossier :
Prénom(s) :	Signature :
Date de naissance :	Section :

Exercice 3 (8 •) Considérons la formule ϕ suivante : $\exists x \forall y [r(x) \rightarrow r(y)]$

3.1 (4 •) Montrez par un raisonnement mathématique exprimé en langage naturel que ϕ est une tautologie.

3.2 (4 •) Montrez par résolution avec variable (RAV) que ϕ est une tautologie.