

Calculabilité et complexité – premier contrôle continu
Durée : 90 minutes – sans document ni moyen de communication

Répondre dans les cadres prévus à cet effet.

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

Exercice 1 (5 ●) On note N l'ensemble des entiers naturels.

1.1 (1 ●) Rappelez la définition d'ensemble dénombrable.

1.2 (2 ●) L'ensemble $N \times N$ est-il dénombrable? Justifiez.

1.3 (2 ●) L'ensemble A des applications de N dans N est-il dénombrable? Justifiez.

Exercice 2 (5 ●) Soient $L_1 \subseteq \Sigma^*$ un langage récursif et $L_2 \subseteq \Sigma^*$ un langage récursivement énumérable non récursif.

2.1 (2 ●) Discutez l'existence d'un algorithme qui liste tous les mots de L_2 .

2.2 (2 ●) Discutez l'existence d'un algorithme qui liste tous les mots de L_2 dans l'ordre lexicographique.

2.3 (1 ●) Discutez l'existence d'un algorithme qui liste tous les mots de L_1 dans l'ordre lexicographique.

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

Exercice 3 (5 ●) Rappelez la preuve de l'indécidabilité du problème de l'arrêt comme présentée par Christopher Strachey dans *The Computer Journal* en 1965.

Exercice 4 (5 ●)

4.1 (1 ●) Rappelez la définition de langage récursif. Donnez un exemple simple. Justifiez.

4.2 (1 ●) Rappelez la définition de langage récursivement énumérable. Donnez un exemple de langage non récursif mais récursivement énumérable. Justifiez.

4.3 (1 ●) Donnez un exemple de langage non récursivement énumérable. Justifiez.

4.4 (1 ●) Montrez que le complément d'un langage récursif est récursif.

4.5 (1 ●) Montrez que si un langage et son complément sont récursivement énumérables alors ils sont récursifs.