

1	
2	
3	

UR – FST – M1 informatique et mathématiques – CT Algorithmique Avancée

Avril 2024 – Durée : 1h15 (1h40 si tiers temps) – sans document ni moyen électronique

Répondre uniquement dans les cadres prévus à cet effet. La gestion de l'espace fait partie de l'épreuve.

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

Exercice 1 (6 ●) P, NP et NPC

(2 ●) Donnez un exemple de problème de décision (distinct des suivants) appartenant à P avec une instance positive et une instance négative. Justifiez brièvement.

(2 ●) Donnez un exemple de problème de décision (distinct du précédent et du suivant) appartenant à NP avec une instance positive et une instance négative. Justifiez brièvement.

(2 ●) Donnez un exemple de problème de décision appartenant à NPC (distinct des précédents) avec une instance positive et une instance négative. Justifiez brièvement.

Exercice 2 (6 ●) On veut placer 8 tours sur un échiquier 8×8 sans que deux tours s'attaquent (une tour peut attaquer une autre pièce horizontalement ou verticalement si les cases intermédiaires sont vides). On modélise ce problème en SAT en suivant les étapes décrites ci-dessous. On encode le problème par une matrice 8×8 de booléens, avec $b_{i,j} = 1$ ssi une tour se trouve à l'intersection de la ligne i et la colonne j .

(1 ●) Considérons la ligne i . Exprimez en CNF qu'il y a au moins une tour sur cette ligne.

(1 ●) Considérons la ligne i . Exprimez en CNF qu'il y a au plus une tour sur cette ligne.

(2 ●) Considérons la colonne j . Exprimez en CNF qu'il y a exactement une tour sur cette colonne.

(1 ●) D'après ce qui précède, combien de clauses sont nécessaires pour modéliser ce problème ?

(1 ●) Combien de solutions possède ce problème ?

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

Exercice 3 (8 •) 2-PARTITION et BIN-PACKING

On donne les définitions des problèmes de décision suivants :

2-PARTITION : peut-on partitionner une liste d'entiers naturels en deux sous-listes de somme égale ?

Par exemple, $[1, 2, 1]$ est une instance positive (certificat : $[1, 1]$ et $[2]$), de même pour $[1, 1]$ (certificat : $[1]$ et $[1]$). En revanche, $[1, 2]$ est une instance négative, de même que $[1]$.

On admet que 2-PARTITION est un problème NPC.

BIN-PACKING : peut-on ranger n objets de volumes v_i dans k boîtes de même volume C ?

Les $v_i, k, C \in \mathbb{N}$ et au besoin : certificat = rangement.

Par exemple, les objets o_1 de volume 3 et o_2 de volume 6 sont rangeables dans deux boîtes de volume 7 (certificat : o_1 dans une boîte et o_2 dans l'autre) mais pas dans 3 boîtes de volume 4.

3.1 (1 •) $L = [3, 1, 2, 1, 2, 1]$ est-elle une instance positive ou négative de 2-PARTITION ? Pourquoi ?

3.2 (1 •) $L = [3, 3, 1, 2, 1, 2, 1]$ est-elle une instance positive ou négative de 2-PARTITION ? Pourquoi ?

3.3 (1 •) On dispose d'une boîte de volume 19 et de 7 objets :

objet	1	2	3	4	5	6	7
volume	3	4	4	3	3	2	1

Est-ce une instance positive ou négative de BIN-PACKING ? Pourquoi ?

3.4 (1 •) On dispose de 2 boîtes de volume 10 et des mêmes 7 objets. Est-ce une instance positive ou négative de BIN-PACKING ? Pourquoi ?

3.5 (2 ●) A-t-on BIN-PACKING \in NP ? Justifiez.

3.6 (2 ●) A-t-on BIN-PACKING \in NPC ? Justifiez

