

Université de la Réunion

Master M1 d'informatique et de mathématiques
Algorithmique avancée – Avril 2023

Durée : 60 min (80 min si tiers temps) – sans document ni moyen électronique

Répondre uniquement dans les cadres. La présentation et la gestion de l'espace font partie de l'épreuve.

1	
2	
3	
4	

Nom :

Signature :

Prénom(s) :

Section :

Exercice 1 (5 ●) On note \mathbb{N} l'ensemble des entiers naturels. Par *dénombrable*, on entend *infini dénombrable*.

1.1 (1 ●) Rappelez la définition d'ensemble dénombrable.

1.2 (2 ●) L'ensemble $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ est-il dénombrable ? Justifiez (par exemple à l'aide d'un graphique).

1.3 (2 ●) Donnez un exemple d'ensemble infini non dénombrable. Justifiez.

Exercice 2 (5 ●)

2.1 (2 ●) Énoncez la thèse de Church-Turing.

2.2 (1 ●) Peut-on la démontrer? Justifiez.

2.3 (2 ●) Proposez une extension des machines de Turing classiques et expliquez brièvement comment on peut simuler cette extension à l'aide des machines de Turing classiques.

Nom :

Signature :

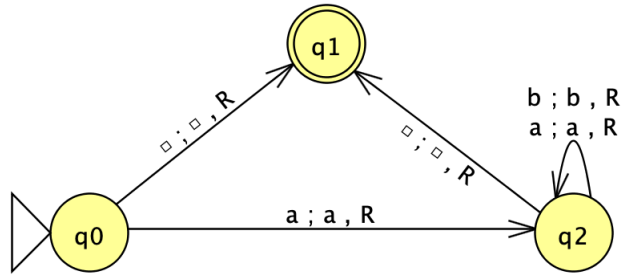
Prénom(s) :

Section :

Exercice 3 (5 ●) On utilise un langage de programmation impérative (comme C ou Python) disposant de l'instruction `execute(P)` qui exécute le programme P. On admet l'indécidabilité du problème de l'arrêt.

On considère le problème de décision suivant : *l'exécution du programme P passe-t-elle sur la ligne de code numéro n ?* qui prend en entrée un programme P et un entier n , un numéro de ligne de code de P. Ce problème est-il décidable ? Si oui, proposez un algorithme qui le décide. Sinon, montrez qu'un tel algorithme ne peut pas exister.

Exercice 4 (5 ●) Soit $\Sigma = \{a, b\}$ et M la machine suivante (conventions JFLAP) :



4.1 (1 ●) Tracez (en donnant la suite de configurations) l'exécution de M sur ϵ , le mot vide. Celui-ci est-il accepté?

4.2 (1 ●) Tracez (en donnant la suite de configurations) l'exécution de M sur le mot abb . Celui-ci est-il accepté?

4.3 (1 ●) Tracez (en donnant la suite de configurations) l'exécution de M sur le mot bab . Celui-ci est-il accepté?

4.4 (1 ●) M accepte-t-elle un langage? Si oui, lequel? Justifiez.

4.5 (1 ●) M décide-t-elle un langage? Si oui, lequel? Justifiez.

